ثانوية الساسي رضواني الرقيبة سلسلة تمارين ومسائل للمراجعة المستوى ثالثة علوم تجريبية

2009/2008 **الرياضيات**

التمرين 1:

(u_n) متتالية عددية: $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+n-1$

1.برهن بالتراجع أن:مهما كان $n\geq 3$ فإن : $u_n\geq 0$

استنتج أن مهما كان $n\geq 4$ فإن : $u_n\geq n-2$

استنتج نهاية المتتالية (u_n).

2.لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل $n\geq 0$: $v_n=4u_n-8n+24$

أ. أثبت أن (v_n) م. هـ . ،و أنها متناقصة.أكتب حدها العام

ب.بيّن أن مهما كان $n\geq 0$ $u_n=7\left(\frac{1}{2}\right)^n+2n-6$.

ج. تحقق أن : $u_n=x_n+y_n$ حيث (x_n) م.ح و (y_n) م.هـ

د.أحسب المجموع : $s_n=\sum_{k=0}^{k=n}u_k$

التمرين 2:

(u_n) متتالية عددية: $u_0=0$ و $u_{n+1}=\frac{1}{2-u_n}$

1.احسب u_1 و u_2 وu_3

2.برهن بالتراجع أن:مهما كان $n\geq 0$ فإن

$u_n=\frac{n}{n+1}$

3. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل n>=1

أثبت أن $v_n=\ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$ أثبت أن $v_1+v_2=-\ln 3$ و

$v_1+v_2+v_3=-\ln 4$

4. $s_n=v_1+v_2+.....+v_n$ ضع تخمين حول عبارة s_n برهن بالتراجع عن التخمين .

التمرين 3:

(u_n) متتالية عددية: $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{u_n+2}$

1.أحسب u_1 وu_2 .

2.تحقق أن : $u_{n+1}=3-\frac{4}{u_n+2}$

3. برهن بالتراجع أن:مهما كانn>=0. $1\leq u_n\leq 2$

أدرس اتجاه تغير (u_n)

4.. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كلn>= 0

$v_n=\frac{u_n-2}{u_n+1}$

ا.برهن أن (v_n) م.هـ .أكتب v_n و u_n بدلالة n

ب. أحسب المجموع

: $s=\frac{1}{u_0+1}+\frac{1}{u_1+1}+...+\frac{1}{u_{19}+1}$

التمرين4:

(u_n) متتالية عددية: $u_0=0$ و $u_{n+1}=\frac{-1}{4(u_n+1)}$

1..احسب u_1 و u_2.

2. برهن بالتراجع أن:مهما كان n $\frac{-1}{2}\prec u_n\leq 0$

3.أدرس اتجاه تغير (u_n)

4. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل n

$v_n=\frac{2}{2u_n+1}$ أثبت أن (v_n)م. ح. متزايدة ،

4.احسب المجموع

: $s_n=\frac{1}{u_0+\frac{1}{2}}+...+\frac{1}{u_n+\frac{1}{2}}$ بدلالة n.

التمرين5:

(u_n) متتالية عددية $u_0=-3$ و $u_{n+1}=\frac{u_n-8}{2u_n-9}$

1.أ. أرسم الدالة المرفقة f للمتتالية (u_n). .

ب.مثّل الحدود الأولى للمتتالية (u_n) و ضع تخمين حول اتجاه تغيرها وتقاربها .

2. برهن بالتراجع أن:مهما كان $n\in N$ $u_n\prec 1$

3.بيّن أن (u_n) متزايدة تماما

4.نضع (v_n) حيث $v_n=1-u_n$.

أ.أثبت أن مهما كان $n\in N$ $v_{n+1}\prec\frac{1}{7}v_n$

ب.احسب نهاية v_n ونهاية u_n

ج.عين العدد الطبيعي n حيث $u_n>0{,}99$.

التمرين6:

(u_n) متتالية عددية معرفة على N^* $u_n \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$

1. أ .بيّن أن $u_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$

ب.برهن بالتراجع أن : $0 \prec u_n \prec 1$.

2.أدرس تغيرات (u_n) .

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n من N^*
$x_n = u_1 \times u_2 \times ... \times u_n$

أ. برهن بالتراجع: $x_n = \frac{n+2}{2(n+1)}$

ب. .أحسب نهاية x_n .

ت. 3.نضع (v_n) حيث : $v_n = \ln(u_n)$

ث. أ.بيّن أن (v_n) معرفة مهما كان n .

ج. يّن أن (v_n) متزايدة تماما و محدودة .

ح. أحسب نهاية (v_n) .

4 نضع من أجل كل عدد طبيعي n من N^*
$y_n = v_1 + v_2 + ... + v_n$

أ. أكتب y_n بدلالة x_n

ب. أحسب نهاية (y_n).

التمرين7::

(u_n). متتالية هندسية أساسها q عدد حقيقي موجب تماما

حيث $u_0 = 2$ و $u_0 + u_1 + u_2 = \frac{7}{2}$

1.بيّن أن $q = \frac{1}{2}$

2.نفرض المتتالية (v_n) حيث $v_n = \ln(u_n)$ مهما كان n عدد طبيعي .

أ.أحسب v_0 و بيّن (v_n) متتالية حسابية .

ب.نضع : $s_n = v_0 + ... + v_{n-1}$ بيّن أن:
$s_n = \frac{n}{2}(-n+3)\ln 2$

ج.أوجد أصغر عدد طبيعي n يحقق $s_n + 9\ln 2 \leq 0$

التمرين8:

(u_n) متتالية عددية $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{2 + 2u_n}$

1.احسب u_1 و u_1

2. برهن بالتراجع أن:مهما كان $n \in N$ ، $u_n \succ 0$

3..3.نضع (v_n) حيث $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$

أحسب v_0 و v_1 و v_2

4.تحقق أن :مهما كان $n \in N$ $v_n \neq 2$

ب. بيّن أن (v_n) م .هـ . أساسها 2 .

ج.أكتب v_n بدلالة n . هل هي متقاربة ؟

التمرين9:

1.(r_n) م. هـ . حدها الأول r_0 حيث $r_0 > 0$ و أساسها $\frac{2}{3}$

أكتب الحد العام بدلالة n و r_0.

2.(θ_n) م .ح . حدها الأول θ_0 حيث $0 \prec \theta_0 \prec \frac{\pi}{2}$ و

أساسها $\frac{2\pi}{3}$ أكتب الحد العام بدلالة n و ϑ_0 .

3.من اجل كل عد طبيعي n نضع
$z_n = r_n(\cos\theta_n + i\sin\theta_n)$:

أ.إذا علمت أن z_0 و z_1 و z_2 أعداد مركبة تحقق $z_0.z_1.z_2 = 8$ أحسب طويلة وعمدة هذه الأعداد .

4. في المستوي المركب لتكن M_n نقطة لاحقتها z_n

أ. ضع النقط M_0 و M_1 و M_2 في المعلم .

ب. أكتب z_{n+1} بدلالة z_n

ج.نضع

$$I_n = \sum_{k=0}^{k=n} M_k M_{k+1} = M_0 M_1 + ... + M_n M_{n+1}$$

أحسب I_n بدلالة n ، أحسب نهاية I_n .

التمرين10

f و $I = \left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ دالة معرفة على I
$f(x) = \ln(1+2x)$

1.أثبت أن f متزايدة تماما على I

2.أحسب $\lim_{x \to \frac{-1}{2}} f(x)$

3.g دالة معرفة على I : $g(x) = f(x) - x$

أ.أدرس تغيرات g

ب.تحقق أن المعادلة g(x)=0 تقبل حلين 0 وحل آخر β حيث $\beta \in [1;2]$

ج.استنتج إشارة g(x) على I .

د. تحقق أن : $x \in [0.\beta]$ فإن $f(x) \in [0;\beta]$

4..(u_n) متتالية عددية حيث $u_0=1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

أ.تحقق أن مهما كان n فإن : $u_n \in [0;\beta]$

ب .أثبت أن (u_n) متزايدة تماما . ومتقاربة .

5أ..بيّن مهما كان $x \geq 1$ $f'(x) \leq \frac{2}{3}$

ب.أثبت أن مهما كان n أن

$$\int_{u_n}^{\beta} f'(t)dt \leq \frac{2}{3}(\beta - u_n):$$

ج. استنتج أن مهما كان n أن

$$\beta - u_{n+1} \leq \frac{2}{3}(\beta - u_n)$$

بيّن بالتراجع : أن : $0 \leq \beta - u_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$

أحسب نهاية u_n.

التمرين11 :

$I =]0;+\infty[$ و f دالة معرفة على I :

f(x)=x+1-(2x+1)lnx

1.أ.أدرس تغيرات ' f الدالة المشتقة f .واستنتج أن f '(x)<0

2. ادرس تغيرات f

3.أحسب نهايات f على أطراف I .

4.بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $f(\alpha)=0$

و أن $1{,}83 \leq \alpha \leq 1{,}84$

استنتج إشارة f(x)

5.من اجل x من I نضع $g(x) = \frac{\ln x}{x^2 + x}$

ا.ادرس تغيرات g

ب.بيّن أن $g(\alpha) = \frac{1}{\alpha(2\alpha+1)}$

ج. احسب : $\lim_{x \to 0} g(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} g(x)$

د.أرسم المنحنى الممثل للدالة g والمماس عند الفاصلة 1

6.من أجل $\lambda \geq 1$.نضع : $I(\lambda) = \int_1^{\lambda} g(x)dx$

أ أعط تفسير هندسي للعدد $I(\lambda)$.

ب. بيّن أن : $I(\lambda) \leq \int_1^{\lambda} \frac{\ln x}{x^2}dx$

7.بالمكاملة بالتجزئة أحسب $\int_1^{\lambda} \frac{\ln x}{x^2}dx$

استنتج أن $I(\lambda) \prec 1$ . .

التمرين12 :

g دالة معرفة على I $I =]0;+\infty[$

$$g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$$

1.بيّن أن $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ أدرس تغيرات g

2.استنتج إشارة g(x) .لاحظ أن g(1)=0

3.f دالة معرفة على I $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$

و c تمثيلها البياني في م . م . م . $(o,\vec{i},\vec{j})$

أ أحسب $\lim_{x \to +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x}$ و احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

تحقق أن $f(\frac{1}{x}) = f(x)$ و احسب $\lim_{x \to 0} f(x)$

فسّر النتيجة بيانيا .

ب.بيّن أن c يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته y=x .

ج.بيّن أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ و انشئ جدول تغيرات f .

د.أرسم c .

4أ..باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على I.

بيّن أن $\int_1^{e} (\ln x)^2 dx = e - 2$

ب.أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى c و محور فواصل والمستقيمات x=1 و x= e.

التمرين13:

f دالة معرفة على I $I=]1,+\infty[$

$$f(x)=\frac{x^2-x+\ln(x-1)}{(x-1)^2}$$

1.أحسب نهاية f على أطراف I.

2.g دالة معرفة على I: $g(x)=2-x-2\ln(x-1)$

أ. أدرس تغيرات g و أنشئ جدول تغيراتها .

ب.بيّن أن المعادلة g(x)=0 تقبل حلا وحيدا هو العدد2

3.أ. أدرس تغيرات f و أنشئ جدول تغيراتها .

ب. بيّن أن المعادلة f (x)=0 تقبل حلا وحيدا في المجال $\left[\frac{11}{8},\frac{3}{2}\right]$

ج.أنشئ المنحنى الممثل للدالة f.

التمرين14:

f دالة معرفة على I: $I=]0;+\infty[$ $f(x)=x+\ln x$

1.بيّن أن f متزايدة تماما على I .أرسم C المنحنى الممثل للدالة f . نقبل f(0,57)=0

2.بيّن أن مهما كان n عدد طبيعي المعادلة f(x)=n تقبل حلا وحيدا في I.نرمز للحل بالرمز α_n (أي أن مهما كان n عدد طبيعي $\alpha_n+\ln\alpha_n=n$)

أ ضع على الرسم النقط التي فواصلها $\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$

ب.أحسب α_1

ج.بيّن أن (α_n) متتالية متزايدة .

3.أ .أكتب معادلة T مماس C عند x=1.

ب. أدرس تغيرات الدالة h المعرفة على I $h(x)=\ln x-x+1$ واستنتج وضعية C بالنسبة لـ T

ج. أرسم T.

د. أثبت أن مهما كان n عدد طبيعي: $\frac{n+1}{2}\le\alpha_n$

هـ .استنتج نهاية (α_n).

التمرين15:

f دالة معرفة على I $I=[0,+\infty[$

: $f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1$ اذا كان $x\neq 0$

و $f(0)=1$

1.أ .أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} f(x)$.ماذا تستنتج بالنسبة للدالة f .

ب..أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ج..أدرس قابلية اشتقاق f عند 0.

2. أحسب f '(x) من اجل x>0.

3.أدرس تغيرات f .

4.بيّن أن المعادلة f(x)=0 تقبل حلا وحيدا α في المجال I . أوجد قيمة مقربة الى 10^{-2} .

5 أ ..أكتب معادلة المماس T .للمنحنى C عند x=1.

ب. لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$

$$g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$$

أدرس تغيرات g '(x) واستنتج تغيرات g ثم استنتج إشارة g(x).

حدد وضعية C بالنسبة لـ C .

6.أرسم C و T .

7.أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى C والمستقيمات x=1 و x=e و y=0 .

التمرين16:

f دالة معرفة على I, $I=[0,+\infty[$

$f(x)=x(1-\ln x)$ اذا كان $x\neq 0$ وf(0)=0 .

1.بيّن أن f مستمرة عند 0

أدرس قابلية اشتقاق f عند 0

2.أدرس تغيرات f وانشئ جدول تغيراتها .

3.أرسم المنحنى C الممثل للدالة f

4 a و x عدديين حقيقيين موجبين تماما .أحسب بالتجزئة التكامل $\int_a^x f(t)dt$

5. $A(a)$ يمثل مساحة الحيز المحدد C وx=a و x=e

بيّن أن : $A(a)=4\int_a^e f(t)dt$ نميز حالتين a>e و a<e.

أحسب : $\lim\limits_{a\to 0} A(a)$

أحسب قيمة العدد a حيث تكون A(a)=e² .